

## **Allegato C – Descrizione del codice di calcolo di Hec – Ras in moto permanente**

I calcoli idraulici sono stati svolti mediante l'utilizzo del codice Hec-Ras (v. 5.0.7 sviluppato da U.S. Army Corps of Engineers), per il calcolo dei profili delle correnti a pelo libero. Nei paragrafi successivi verrà illustrata una breve sintesi dei principi di funzionamento e delle metodologie risolutive adottate dal software nel calcolo dei profili di moto permanente in modelli monodimensionali. Una descrizione dettagliata dei medesimi processi (specialmente in presenza di manufatti quali ponti, tombinature e sfioratori) si può trovare all'interno del *Reference Manual* del programma (in inglese).

Il suddetto programma di calcolo esegue le verifiche idrauliche elaborando i dati in input quali:

- geometria delle sezioni considerate;
- caratteristiche fisico-morfologiche del corso d'acqua (coefficiente di scabrezza di Manning e pendenza media del fondo alveo) nonché eventuali condizioni idrometriche al contorno;
- portata effluente.

Le quote idrometriche di output vengono visualizzate sulle sezioni trasversali e longitudinali, e compendiate in apposite tabelle recanti tutti i parametri idraulici (altezza critica, velocità, numero di Froude, etc.) che regolano il deflusso della portata considerata.

Le equazioni che regolano il moto permanente sono l'equazione di continuità:

$$\partial(\rho Q)/\partial s = 0$$

che in caso di densità costante si riduce alla:

$$Q = \Omega \cdot U = \text{cost}$$

e l'equazione dinamica:

$$d/ds(z + p/\gamma + U^2/2g) = -j$$

dove:

$Q$  = portata liquida

$s$  = ascissa curvilinea

$\Omega$  = area di deflusso

$U$  = velocità media

$z$  = quota fondo alveo

$p/\gamma$  = pressione idrostatica

$j$  = perdita di carico distribuita

La cadente  $j$  del carico effettivo si valuta con le espressioni consigliate per il calcolo della perdita di carico nel moto uniforme, assumendo che gli sforzi tangenziali sul contorno dipendano solo dalle condizioni alla parete, dalla forma della sezione e dalla velocità media.

In caso di corsi d'acqua naturali, o comunque per canali di sezioni complesse, il problema del tracciamento della superficie libera in moto permanente con una determinata portata  $Q$  si risolve con procedimenti di calcolo

numerico, con i quali vengono discretizzate ad intervalli più o meno piccoli le grandezze infinitesimali di cui sopra.

Il corso d'acqua deve essere suddiviso in tronchi  $\Delta s$  più o meno brevi, ma tali da poter confondere i valori medi della sezione e della velocità in ciascun tronco con i valori ad un estremo; occorre quindi un rilievo topografico dettagliato.

Successivamente si applica il metodo alle differenze finite nella variabile indipendente  $\Delta s$  e nella variabile dipendente  $\Delta H$  (carico totale). Eventuali variazioni rapide di forma vanno valutate a parte in quanto le perdite devono tenere conto anche degli eventi vorticosi localizzati. Il procedimento di calcolo è inoltre valido solo nell'ambito di variazioni graduali della corrente, nelle quali cioè il comportamento nei confronti della situazione di criticità è univocamente definito alla sezione iniziale e non può più cambiare, a meno di spezzettare il calcolo in tratti omogenei.

Il codice HEC-RAS, per il calcolo dei profili di corrente in moto permanente, utilizza un procedimento iterativo passo a passo basato sulla soluzione dell'equazione di bilancio energetico tra sezioni successive.

$$WS_2 + (\alpha_1 \cdot V_2^2)/2g = WS_1 + (\alpha_2 \cdot V_1^2)/2g + h_e$$

dove:

$WS_1$  = livello idrico sezione di valle;

$WS_2$  = livello idrico sezione di monte;

$V_1$  = velocità media sezione di valle;

$V_2$  = velocità media sezione di monte;

$\alpha_1$   $\alpha_2$  = coefficienti numerici di velocità;

$g$  = accelerazione di gravità;

$h_e$  = perdita di carico;

La perdita di carico tra due sezioni comprende una quota dovuta alla scabrezza del fondo ed una dovuta alla variazione della sezione trasversale di deflusso (contrazione/espansione), l'espressione che ne consente il calcolo risulta:

$$h_e = LI_f + C \cdot [(\alpha_2 \cdot V_2^2)/2g - (\alpha_1 \cdot V_1^2)/2g]$$

dove:

$C$  = coefficiente di contrazione/espansione;

$I_f$  = gradiente idraulico tra le sezioni;

$I_f = (Q_1 + Q_2)/(K_1 + K_2)$ ;

$Q_1, Q_2$  portate;

$K_1, K_2$  conveyance totale;

$L$  = media pesata della distanza tra le sezioni;

$$L = (L_{lob} \cdot QM_{lob} + L_{ch} \cdot QM_{ch} + L_{rob} \cdot QM_{rob}) / (QM_{lob} + QM_{ch} + QM_{rob})$$

$L_{lob}, L_{ch}, L_{rob}$  distanza tra le due sezioni rispettivamente in golena sinistra, alveo e golena destra;

$QM_{lob}$ ,  $QM_{ch}$ ,  $QM_{rob}$  media aritmetica delle portate defluite nelle due sezioni in golena sinistra, alveo e golena destra.

Il coefficiente di velocità  $\alpha$  viene calcolato, sulla base del valore di conveyance relativo a ciascuna delle componenti di portata in cui è suddivisa una sezione (golena sinistra, alveo, golena destra), mediante la seguente equazione:

$$\alpha = \{(A_t)^2 \cdot [(K_{lob})^3/(A_{lob})^2 + (K_{ch})^3/(A_{ch})^2 + (K_{rob})^3/(A_{rob})^2]\}/(K_t)^3$$

dove:

$A_t$ : area di deflusso totale della sezione;

$A_{lob}$   $A_{ch}$   $A_{rob}$ : area di deflusso in golena sinistra, alveo e golena destra;

$K_t$ : conveyance totale della sezione;

$K_{lob}$   $K_{ch}$   $K_{rob}$ : componente di conveyance in golena sinistra, alveo e golena destra.

Perdite di carico dovute a contrazione/espansione della corrente

Le perdite di carico dovute alle variazioni di velocità della corrente, conseguenti a restringimenti o allargamenti delle sezioni trasversali lungo l'asta, vengono valutate secondo la formula:

$$h_0 = C \cdot [(\alpha_2 \cdot V_2^2)/2g - (\alpha_1 \cdot V_1^2)/2g]$$

dove:

$C$  = coefficiente di contrazione/espansione

Hec-Ras assume come  $C$  il coefficiente di contrazione quando il carico cinetico della sezione di valle è superiore a quello della sezione di monte, il coefficiente di espansione in caso opposto. Il coefficiente  $C$ , che rappresenta la quota di carico cinetico dissipata nel passaggio della corrente tra due sezioni, assume i seguenti valori:

	Contrazione	Espansione
Nessuna variazione di sezione	0.0	0.0
Variazioni graduali	0.1	0.3
Restringimento dovuto ad un ponte	0.3	0.5
Brusche variazioni di sezione	0.6	0.8

### Procedura di calcolo

Per il calcolo del profilo di piena in moto stazionario il codice Hec-Ras utilizza un procedimento di tipo iterativo che, nel caso di due generiche sezioni, può essere riassunto secondo i seguenti passi:

- assunzione di un valore di altezza d'acqua nella sezione a monte o in quella a valle, a seconda che si tratti di un profilo di corrente lenta o veloce;
- calcolo dei corrispondenti valori di carico cinematico e conveyance totale;
- determinazione del gradiente idraulico  $If$  e delle perdite di carico totali  $h_e$  tra le due sezioni;
- risoluzione dell'equazione di bilancio energetico, calcolo del valore  $WS2$ ;
- confronto del valore  $WS2$  calcolato con quello assunto al primo passo; ripetizione della sequenza di operazioni sino a quando l'errore rientra nel limite di tolleranza definito (0.003 m).

Il criterio utilizzato per l'assunzione di un valore di altezza d'acqua di tentativo varia nelle successive iterazioni. Nella prima iterazione viene assunto il valore definito per la sezione precedente, nella seconda il valore calcolato, corretto in funzione dell'errore riscontrato:

$$WS_{\text{nuovo}} = WS_{\text{assunto}} + 0.70 \cdot (WS_{\text{calcolato}} - WS_{\text{assunto}})$$

Nelle successive iterazioni viene applicato il metodo della secante:

$$WS_I = WS_{I-2} - Err_{I-2} \cdot Err_{\text{ass}} / Err_{\text{diff}}$$

dove:

$WS_I$  nuovo valore del livello idrico;

$WS_{I-1}$  valore di livello idrico assunto nell'iterazione precedente;

$WS_{I-2}$  valore di livello idrico assunto nella penultima iterazione;

$Err_{I-2}$  differenza tra il livello idrico calcolato e quello assunto nell'iterazione I-2;

$Err_{\text{ass}}$  differenza tra i livelli idrici assunti nelle due iterazioni precedenti =  $WS_{I-2} - WS_{I-1}$ ;

$Err_{\text{diff}}$  differenza tra il livello idrico assunto e quello calcolato nell'iterazione precedente, più l'errore definito nella penultima iterazione =  $WS_{I-1} - W_{\text{calci-1}} + Err_{I-2}$

#### Equazione di conservazione della quantità di moto

L'equazione di bilancio energetico vale soltanto quando si hanno variazioni graduali di corrente, in particolare, quando il profilo idraulico presenta una sezione caratterizzata da una profondità di corrente pari all'altezza critica, l'equazione di bilancio energetico non è più applicabile. La presenza di una sezione con altezza critica d'acqua evidenzia una variazione rapida del moto, con passaggio da corrente lenta a veloce viceversa. Ciò può verificarsi in numerose situazioni: a seguito di un cambiamento della pendenza di fondo alveo, per la presenza di un restringimento in corrispondenza di un ponte, a causa della presenza di salti di fondo, o in corrispondenza di una confluenza tra due corsi d'acqua.

L'equazione di conservazione della quantità di moto ha la seguente espressione generale:

$$P_1 - P_2 + W_x - F_f = Q \cdot \rho \cdot \Delta V_x$$

dove:

$P$  = forze dovute alla pressione idrostatica nelle sezioni 1 e 2;

$W_x$  = forza peso nella direzione x

$F_f$  = forza di attrito tra le sezioni 1 e 2;

$Q$  = portata;

$\rho$  = densità dell'acqua;

$\Delta V_x$  = variazione di velocità tra le sezioni 1 e 2, nella direzione x

essendo:

$$P = g A \cos \theta$$

$g$  = peso specifico dell'acqua;

A = area di deflusso;

$\hat{Y}$  = profondità della corrente.

$W_x = g \cdot [(A_1 + A_2)/2 \cdot L \cdot \sin\theta]$

L = distanza tra le due sezioni successive;

$z_i$  = quota fondo della sezione i-esima

$\sin\theta = (z_1 - z_2)/L$

$F_f = t \cdot P_m \cdot L$

$t = g \cdot R \cdot S_f$  tensione superficiale d'attrito;

$P_m$  = sviluppo medio del contorno bagnato nelle sezioni 1 e 2;

R = raggio idraulico;

$S_f$  = gradiente idraulico